**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Мордовский государственный педагогический
университет имени М.Е. Евсевьева»**

Физико-математический факультет

Кафедра математики и методики обучения математике

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Наименование дисциплины (модуля): Математический анализ

Уровень ОПОП: Бакалавриат

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика. Информатика

Форма обучения: очная

Разработчики: Капкаева Л. С., докт. пед. наук, профессор,
Лапина И. Э., старший преподаватель

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры, протокол № 10 от 24.05.2017 года

Зав. кафедрой Ладошкин М. В. Ладошкин М. В.

Программа с обновлениями рассмотрена и утверждена на заседании кафедры, протокол № 1 от 31.08.2020 года

Зав. кафедрой Ладошкин М. В. Ладошкин М. В.

1. Цель и задачи изучения дисциплины

Цель изучения дисциплины – формирование у студента систематизированных знаний в области математического анализа; овладение действиями, составляющими методы дифференциального и интегрального исчисления, для его подготовки к реализации образовательных программ по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов, способности использовать современные методы и технологии обучения и диагностики, проектировать индивидуальные образовательные маршруты обучающихся.

Дисциплина направлена на идейную подготовку к восприятию более глубоких математических понятий, развитие логического мышления, математической культуры, в частности, математической интуиции, а также на профессиональную подготовку: формирование умений проводить анализ и поиск решения задачи, доказательства теоремы, применять модельные примеры и наглядные (в т.ч. мультимедийные) средства обучения.

Задачи дисциплины:

- выработать умения и навыки вычисления пределов, нахождения производных и интегралов, доказательства свойств и теорем, относящихся к основным понятиям математического анализа;
- сформировать умения применять методы математического анализа для решения задач, нахождения геометрических и физических величин;
- формировать умения использовать математическую символику и математическую речь при решении задач и доказательстве теорем, обосновании свойств математических понятий;
- формировать умения проводить анализ и поиск решения задачи, доказательства теоремы, применять модельные примеры и наглядные средства обучения в виде графических и геометрических моделей;
- дать научное обоснование школьного курса «Алгебра и начала математического анализа».

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина Б1.В.04 «Математический анализ» относится к вариативной части учебного плана.

Дисциплина изучается на 1, 2 курсах, в 1, 2, 3, 4 семестрах.

Для изучения дисциплины требуется: Знание математики в объеме школьного курса.

Освоение дисциплины Б1.В.04 «Математический анализ» является необходимой основой для последующего изучения дисциплин (практик):

Б1.В.ДВ.12.4 Интеграция алгебраического и геометрического методов в обучении математике;

Б1.В.ДВ.19.03 Экстремальные задачи в школьном курсе математики;

Б1.В.ДВ.18.02 Методы решения задач государственной итоговой аттестации по математике;

Б1.В.ДВ.19.01 Общая теория линейных операторов и ее приложение к решению геометрических задач;

Б1.В.ДВ.20.01 Основные направления развития топологии;

Б1.В.ДВ.20.03 Методы принятия решений;

Б1.В.ДВ.20.04 Специальные методы математического моделирования;

Б1.В.ДВ.21.01 Исторический подход в обучении математике;

Б1.В.ДВ.21.04 Алгоритмический подход в обучении математике;

Б1.В.ДВ.22.01 Реализация прикладной направленности в обучении математике;

Б1.В.ДВ.22.02 Методология обучения математике;

Б1.В.ДВ.22.04 Методы научного познания в обучении математике;

Б1.В.01 Методика обучения математике;

Б1.В.11 Математическое моделирование;

Б1.В.ДВ.05.01 Элементы функционального анализа;

Б1.В.ДВ.05.02 Теория рядов и ее приложения;

Б1.В.ДВ.05.03 Элементы математического анализа в комплексной области;

- Б1.В.ДВ.05.04 Геометрические и физические приложения определенного интеграла;
- Б1.В.ДВ.11.03 Математические методы обработки экспериментальных данных;
- Б1.В.ДВ.11.04 Комбинаторные конструкции и производящие функции;
- Б1.В.ДВ.12.01 Исследовательская и проектная деятельность в обучении математике;
- Б1.В.ДВ.13.01 Решение задач повышенного уровня сложности по алгебре;
- Б1.В.ДВ.15.01 Методика обучения математике в профильных классах;
- Б1.В.ДВ.15.03 Методика подготовки к государственной итоговой аттестации по

математике;

Б1.В.ДВ.15.04 Технология разработки и методика проведения элективных курсов по математике;

Область профессиональной деятельности, на которую ориентирует дисциплина «Математический анализ», включает: образование, социальную сферу, культуру.

Освоение дисциплины готовит к работе со следующими объектами профессиональной деятельности:

- обучение;
- воспитание;
- развитие;
- просвещение;
- образовательные системы.

В процессе изучения дисциплины студент готовится к видам профессиональной деятельности и решению профессиональных задач, предусмотренных ФГОС ВО и учебным планом.

3. Требования к результатам освоения дисциплины

Выпускник должен обладать следующими профессиональными компетенциями (ПК) в соответствии с видами деятельности:

ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов	
ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов	<p>знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные понятия и методы математического анализа; - математическую терминологию и символику этой науки; - геометрический и физический смыслы основных понятий и теорем; - приемы решения задач с помощью методов математического анализа; - научное обоснование школьного курса «Алгебра и начала математического анализа»; - требования ФГОС среднего (полного) общего образования; <p>уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - проводить исследование функций, вычислять пределы, находить производные и интегралы; - решать задачи с помощью методов дифференциального и интегрального исчислений <p>владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основными понятиями и методами математического анализа, в частности методами дифференциального и интегрального исчислений; - математической символикой и терминологией в области математического анализа; - основными понятиями школьного курса «Алгебра и начала математического анализа».

ПК-2 способностью использовать современные методы и технологии обучения и диагностики	
ПК-2 способностью использовать современные методы и технологии обучения и диагностики	<p>знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - биографии ученых, сыгравших основную роль в развитии математического анализа как науки; - современные методы и технологии обучения и диагностики; - способы проведения анализа и организации поиска решения задачи, доказательства теоремы; - приемы использования наглядных средств обучения, в частности графических и геометрических моделей; - виды тестов и способы работы с ними; <p>уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - проводить мотивацию введения понятий и утверждений математического анализа; - иллюстрировать геометрически основные понятия и утверждения математического анализа; - выполнять тестовые задания по математическому анализу разных видов; - проводить анализ задачи и поиск способа её решения, составляя при этом систему наводящих вопросов; - использовать наглядные (в т. ч. мультимедийные) средства обучения в разных ситуациях.
ПК-9. способностью проектировать индивидуальные образовательные маршруты обучающихся	
ПК-9 способностью проектировать индивидуальные образовательные маршруты обучающихся	<p>знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - принципы проектирования индивидуальных образовательных траекторий; - основные компоненты математических способностей учащихся: алгоритмический (или вычислительный), геометрический, логический; - психофизиологические особенности учащихся, в частности асимметричность полушарий головного мозга и, в связи с этим особенности двух типов мышления: аналитического и геометрического; - основные компоненты математических способностей учащихся: алгоритмический (или вычислительный), геометрический, логический; <p>уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - проектировать индивидуальную образовательную траекторию ученика; - проводить мониторинг развития математических способностей ученика; - составлять индивидуальные математические задания, учитывающие разные стили мышления учащихся; <p>владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - приемами проектирования индивидуальных образовательных траекторий учащихся; - приемами мониторинга развития математических способностей учащихся; - приемами составления индивидуальных математических заданий, учитывающих разные стили мышления учащихся.

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Общая трудоемкость	Общая трудоемкость	Контактная работа	Практические		Самостоятельная работа	Вид промежуточной аттестации
				Лекции			
Период контроля	Часы	ЗЕТ	Всего			Всего	Зачет Экзамен
Всего	468	13	192	122	70	182	94
Первый семестр	108	3	54	36	18	24	Экзамен-30
Второй семестр	180	5	54	36	18	86	Экзамен-40
Третий семестр	108	3	36	18	18	72	Зачет
Четвертый семестр	72	2	48	32	16		Экзамен-24

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание модулей дисциплины

Модуль 1. Действительные числа. Теория пределов:

Вводное занятие. Определение предела последовательности и его геометрический смысл. Арифметические свойства предела последовательности. Теоремы о предельном переходе в неравенствах. Предел монотонной последовательности. Определение предела функции по Гейне и по Коши. Односторонние пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, сравнение бесконечно малых. Замечательные пределы.

Модуль 2. Непрерывность функции:

Непрерывность функции. Точки разрыва. Предел и непрерывность сложной функции. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Теорема Вейерштрасса, теорема Больцано-Коши. Теорема о непрерывности обратной функции. Исследование функций на непрерывность.

Модуль 3. Экзамен.

Модуль 4. Дифференциальное исчисление функций одной переменной:

Определение производной и дифференциала. Производные основных элементарных функций. Правила вычисления производных. Геометрический и физический смыслы производной и дифференциала. Уравнение касательной к графику дифференцируемой функции. Производная обратной функции. Производная и дифференциал сложной функции. Производная параметрически заданной и неявной функций. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.

Модуль 5. Приложения дифференциального исчисления:

Теоремы о среднем для дифференцируемых функций: Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Исследование функции на монотонность. Экстремум функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке. Решение текстовых задач на наименьшее и наибольшее значения. Выпуклость и точки перегиба графика функции. Асимптоты графика.

Модуль 6. Экзамен

Модуль 7. Интегральное исчисление функции одной переменной:

Первообразная и неопределенный интеграл, их свойства и геометрический смысл. Правила вычисления первообразных. Основные методы интегрирования: замена переменной и интегрирование по частям. Интегрирование рациональных функций, метод неопределенных коэффициентов. Интегрирование простейших иррациональностей. Интегрирование квадратичных

иррациональностей. Интегрирование рациональных тригонометрических выражений, универсальная тригонометрическая подстановка. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Понятие определенного интеграла и его геометрический смысл. Интегральные суммы Римана. Верхняя и нижняя суммы Дарбу. Критерий интегрируемости. Свойства определенного интеграла и методы его вычисления: замена переменной и интегрирование по частям. Несобственные интегралы первого и второго рода, их свойства и вычисление.

Модуль 8. Теория рядов в действительной области:

Понятие числового ряда и его суммы. Сходящиеся и расходящиеся числовые ряды. Гармонический ряд. Необходимое условие сходимости. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами: сравнения, Даламбера, Коши, интегральный. Знакопередающиеся ряды. Абсолютная и условная сходимость рядов. Признак Лейбница. Свойства абсолютно и условно сходящихся рядов. Теорема Римана. Функциональные последовательности и ряды. Степенные ряды. Радиус сходимости, интервал и область сходимости степенного ряда. Ряд Тейлора. Разложение элементарных функций в ряд Тейлора.

Модуль 9. Функции многих переменных:

Функции многих переменных. Многомерные пространства. Окрестности точек. Предел последовательности точек. Понятие функции многих переменных и её графика. Предел функции многих переменных, свойства пределов, повторные пределы. Непрерывность функции многих переменных. Предел и непрерывность композиции функций. Дифференциальное исчисление функций многих переменных, частные производные и частные дифференциалы. Формула полного дифференциала. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных. Формула Тейлора для функций многих переменных. Экстремум функции многих переменных. Необходимые условия экстремума. Достаточное условие строгого экстремума функции многих переменных. Следствие для числовой функции двух переменных.

Модуль 10. Элементы комплексного анализа:

Понятие функции комплексной переменной. Предел и непрерывность функции комплексной переменной. Производная функции комплексной переменной. Условия Коши-Римана. Понятие аналитической функции в точке. Свойства аналитических функций. Гармонические функции. Определение интеграла функции комплексной переменной и его свойства. Теорема Коши. Неопределенный интеграл. Интегральная формула Коши. Ряды с комплексными членами. Функциональные ряды. Степенные ряды. Радиус и область сходимости степенного ряда. Ряд Тейлора, разложение аналитической функции в ряд Тейлора. Нули аналитической функции. Ряд Лорана.

Модуль 11. Экзамен:

Обобщение и систематизация знаний по модулям.

5.2. Содержание дисциплины: Лекции (70 ч.)

Модуль 1. Действительные числа. Теория пределов (10 ч.)

Тема 1. Вводное занятие (2 ч.)

Предмет математического анализа. Исторические сведения. Множества и их свойства. Ограниченные и неограниченные множества, верхняя и нижняя грани числовых множеств. Теорема существования верхней и нижней граней.

Тема 2. Определение предела последовательности и его геометрический смысл. Арифметические свойства предела последовательности. (2 ч.)

Понятие числовой последовательности, способы задания. Определение предела последовательности и его геометрический смысл. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, связь между ними. Арифметические свойства предела

Тема 3. Теоремы о предельном переходе в неравенствах. Предел монотонной последовательности. (2 ч.)

Теоремы о предельном переходе в неравенствах и о пределе промежуточной последовательности. Монотонные последовательности. Теорема о пределе монотонной последовательности.

Тема 4. Определение предела функции по Гейне и по Коши. Односторонние пределы. (2 ч.)

Определение предела функции по Гейне и по Коши. Свойства предела функции. Односторонние пределы.

Тема 5. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, сравнение бесконечно малых. Замечательные пределы. (2 ч.)

Бесконечно малые и бесконечно большие функции, сравнение бесконечно малых. Первый замечательный предел и следствия из него. Второй замечательный предел.

Модуль 2. Непрерывность функции (8 ч.)

Тема 6. Непрерывность функции. Точки разрыва (2 ч.)

Непрерывность функции в точке и на множестве. Свойства непрерывных функций. Односторонняя непрерывность. Классификация точек разрыва.

Тема 7. Предел и непрерывность сложной функции. (2 ч.)

Теорема о пределе и непрерывности сложной функции и следствие из неё. Применение непрерывности к вычислению пределов. Предел степенно-показательной функции.

Тема 8. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Теорема Вейерштрасса, теорема Больцано-Коши (2 ч.)

Свойства функций, непрерывных на отрезке. Теорема Вейерштрасса, теорема Больцано-Коши и следствия из них.

Тема 9. Теорема о непрерывности обратной функции. Исследование функций на непрерывность. (2 ч.)

Теорема о непрерывности обратной функции и её применение. Примеры исследования функций на непрерывность.

Модуль 4. Дифференциальное исчисление функций одной переменной (10 ч.)

Тема 10. Определение производной и дифференциала. Производные основных элементарных функций. Правила вычисления производных. (2 ч.)

Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной и дифференциала функции. Производные основных элементарных функций. Правила вычисления производных.

Тема 11. Геометрический и физический смыслы производной и дифференциала. Уравнение касательной к графику дифференцируемой функции. (2 ч.)

Геометрический и физический смыслы производной и дифференциала. Уравнение касательной к графику дифференцируемой функции. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции.

Тема 12. Производная обратной функции. Производная и дифференциал сложной функции. (2 ч.)

Теорема о производной обратной функции и её применение к нахождению производных обратных тригонометрических функций. Производная и дифференциал сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала.

Тема 13. Производная параметрически заданной и неявной функций. (2 ч.)

Способы нахождения производной параметрически заданной и неявной функций. Понятие логарифмической производной. Производная степенно-показательной функции.

Тема 14. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. (2 ч.)

Повторное дифференцирование. Производные и дифференциалы высших порядков и их свойства. Формула Лейбница.

Модуль 5. Приложения дифференциального исчисления (8 ч.)

Тема 15. Теоремы о среднем для дифференцируемых функций: Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши (2 ч.)

Теоремы о среднем для дифференцируемых функций: Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. и их применение к решению задач. Формула Тейлора. Правило Лопиталья раскрытия неопределенностей.

Тема 16. Исследование функции на монотонность. Экстремум функции. (2 ч.)

Признак монотонности функции. Исследование функции на монотонность. Понятие экстремума функции, необходимое условие экстремума, достаточные условия экстремума.

Тема 17. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке. Решение текстовых задач на наименьшее и наибольшее значения. (2 ч.)

Подготовлено в системе 1С:Университет (000004372)

Понятие наименьшего и наибольшего значений функции на отрезке. Нахождение наименьшего и наибольшего значений функции на отрезке и на интервале с помощью производной. Алгоритм решения текстовых задач на наименьшее и наибольшее значения с помощью производной.

Тема 18. Выпуклость и точки перегиба графика функции. Асимптоты графика. (2 ч.)

Понятие выпуклости вверх (вниз) графика функции. Достаточное условие выпуклости графика функции. Понятие точки перегиба графика функции. Необходимое условие перегиба. Достаточные условия перегиба. Асимптоты графика функции. Схема полного исследования функции и построения её графика.

Модуль 7. Интегральное исчисление функций одной переменной (10 ч.)

Тема 19. Первообразная и неопределенный интеграл, их свойства (2 ч.)

Первообразная и неопределенный интеграл, их свойства и геометрический смысл. Таблица неопределенных интегралов основных элементарных функций. Правила вычисления первообразной.

Тема 20. Основные методы интегрирования. Интегрирование рациональных функций. (2 ч.)

Основные методы интегрирования: замена переменной, интегрирование по частям. Интегрирование рациональных функций: метод неопределенных коэффициентов.

Тема 21. Понятие определенного интеграла. Интегральные суммы Римана и Дарбу. Критерий интегрируемости. (2 ч.)

Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Интегральные суммы Римана, верхняя и нижняя интегральные суммы Дарбу. Определение определенного интеграла и его геометрический смысл. Ограниченность интегрируемой функции. Критерий интегрируемости по Риману.

Тема 22. Свойства определенного интеграла и методы его вычисления. (2 ч.)

Свойства определенного интеграла. Определенный интеграл с переменных верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Методы вычисления определенного интеграла: замена переменной, интегрирование по частям.

Тема 23. Несобственные интегралы первого и второго рода, их свойства и вычисление. (2 ч.)

Несобственные интегралы первого и второго рода, их свойства и вычисление. Сходящиеся и расходящиеся несобственные интегралы.

Модуль 8. Теория рядов в действительной области (8 ч.)

Тема 24. Понятие числового ряда и его суммы. Сходящиеся и расходящиеся числовые ряды. Гармонический ряд. (2 ч.)

Понятие числового ряда и его суммы. Сходящиеся и расходящиеся числовые ряды. Гармонический ряд. Необходимое условие сходимости числового ряда.

Тема 25. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами. (2 ч.)

Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами: сравнения, Даламбера, Коши,

Тема 26. Знакопередающиеся ряды. Абсолютная и условная сходимость рядов. Признак Лейбница. Теорема Римана. (2 ч.)

Знакопередающиеся ряды. Абсолютная и условная сходимость рядов. Свойства абсолютно и условно сходящихся рядов. Признак Лейбница. Теорема Римана. Признаки Абеля и Дирихле.

Тема 27. Функциональные последовательности и ряды. Степенные ряды, ряд Тейлора. (2 ч.)

Функциональные последовательности и ряды, их сходимость. Степенные ряды, радиус, интервал и область сходимости степенного ряда. Теорема Абеля. Формула Коши-Адамара. Ряд Тейлора, разложение функции в степенной ряд.

Модуль 9. Функции многих переменных (8 ч.)

Тема 28. Функции многих переменных. Многомерные пространства. Предел функции многих переменных. Непрерывность функции многих переменных (2 ч.)

Функции многих переменных. Многомерные пространства. Окрестности точек. Пределы последовательностей точек. Предел функции многих переменных, повторные пределы. Непрерывность функции многих переменных. Предел и непрерывность композиции функций.

Тема 29. Дифференциальное исчисление функций многих переменных, частные производные и частные дифференциалы. Формула полного дифференциала. (2 ч.)

Подготовлено в системе 1С:Университет (000004372)

Дифференциальное исчисление функций многих переменных, частные производные и частные дифференциалы. понятие дифференцируемости и дифференциала функции в точке. Необходимое условие дифференцируемости функции двух переменных в точке. Достаточное условие дифференцируемости функций двух переменных. Формула полного дифференциала.

Тема 30. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема и равенстве смешанных производных. Формула Тейлора для функций многих переменных (2 ч.)

Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных. Формула Тейлора для функций многих переменных с остаточным членом в форме Лагранжа и в форме Пеано. Формула конечных приращений для функции двух переменных.

Тема 31. Экстремум функции многих переменных. (2 ч.)

Экстремум функции многих переменных. Необходимые условия экстремума числовой функции многих переменных. Достаточное условие строгого экстремума функции многих переменных. Следствие для числовой функции двух переменных.

Модуль 10. Элементы комплексного анализа (8 ч.)

Тема 32. Понятие функции комплексной переменной. Предел и непрерывность функции комплексной переменной (2 ч.)

Понятие функции комплексной переменной. Элементарные функции комплексной переменной. Сложная функция. Предел и непрерывность функции комплексной переменной.

Тема 33. Производная функции комплексной переменной. Условия Коши-Римана (2 ч.)

Производная функции комплексной переменной. Условия Коши-Римана. Правила вычисления производной функции комплексной переменной.

Тема 34. Понятие аналитической функции в точке. Свойства аналитических функций. Гармонические функции. (2 ч.)

Понятие аналитической функции в точке. Свойства аналитических функций. Гармонические функции, уравнение Лапласа. Связь аналитических функций с гармоническими. Представление аналитических функций рядами. Ряд Тейлора.

Тема 35. Определение интеграла функции комплексной переменной и его свойства (2 ч.)

Определение интеграла от функции комплексной переменной и его свойства. Теорема Коши. Неопределенный интеграл. Интегральная формула Коши.

5.3. Содержание дисциплины: Практические (122 ч.)

Модуль 1. Действительные числа. Теория пределов (18 ч.)

Тема 1. Метод математической индукции (2 ч.)

Полная и неполная индукции. Метод математической индукции и его применение к доказательству утверждений. Решение задач.

Тема 2. Модуль числа и его свойства (2 ч.)

Понятие модуля числа и его геометрический смысл. Свойства модуля. Решение уравнений и неравенств с модулем.

Тема 3. Элементарные функции, их свойства и графики (2 ч.)

Элементарные функции, их свойства и графики. Четная и нечетная функции, монотонные функции, периодические функции, ограниченные и неограниченные функции. Кусочно-заданные функции и их графики.

Тема 4. Предел числовой последовательности (2 ч.)

Предел числовой последовательности, решение задач с помощью определения предела последовательности и задач на вычисление пределов.

Тема 5. Второй замечательный предел. Сравнение бесконечно малых (2 ч.)

Второй замечательный предел. Сравнение бесконечно малых. Решение задач на нахождение предела последовательности.

Тема 6. Предел функции (2 ч.)

Предел функции и его свойства. Нахождение пределов функций с помощью определения и с использованием свойств предела.

Тема 7. Первый и второй замечательные пределы. Эквивалентные функции (2 ч.)

Первый замечательный предел и следствия из него. Второй замечательный предел. Решение задач на вычисление пределов функций.

Подготовлено в системе 1С:Университет (000004372)

Тема 8. Эквивалентные функции. Вычисление пределов с помощью эквивалентных функций (2 ч.)

Эквивалентные функции. Таблица эквивалентных функций. Вычисление пределов с помощью эквивалентных функций.

Тема 9. Контрольная работа (2 ч.)

Контрольная работа по теме: "Вычисление пределов".

Модуль 2. Непрерывность функции (16 ч.)

Тема 10. Понятие непрерывности функции в точке. Односторонняя непрерывность. Свойства непрерывных функций в точке (2 ч.)

Понятие непрерывности функции в точке. Разные формы определения непрерывности функции в точке. Односторонняя непрерывность. Свойства непрерывных функций в точке

Тема 11. Понятие точки разрыва функции. Классификация точек разрыва. (2 ч.)

Понятие точки разрыва функции. Классификация точек разрыва. Исследование функций на непрерывность.

Тема 12. Непрерывность сложной функции. Применение непрерывности функции к вычислению пределов. (2 ч.)

Непрерывность сложной функции. Применение непрерывности функции к вычислению пределов. Вычисление пределов степенно-показательных функций.

Тема 13. Свойства функций непрерывных на отрезке. Непрерывность обратной функции (2 ч.)

Свойства функций непрерывных на отрезке. Непрерывность обратной функции. Применение к решению задач.

Тема 14. Исследование функций на непрерывность и построение графиков (2 ч.)

Исследование функций на непрерывность и построение графиков функций. исследование характера точек разрыва.

Тема 15. Вычисление пределов степенно-показательных функций. (2 ч.)

Применение непрерывности функций к вычислению пределов. Вычисление пределов степенно-показательных функций. Решение задач.

Тема 16. Доопределение функции до непрерывной (2 ч.)

Доопределение функции до непрерывной. Анализ школьных задач на непрерывность функции.

Тема 17. Контрольная работа (2 ч.)

Контрольная работа по теме: "Непрерывность функции"

Модуль 3. Экзамен (2 ч.)

Тема 18. Обобщение и систематизация знаний по модулям (2 ч.)

Решение задач по модулям 1 и 2, представленных в билетах к экзамену.

Модуль 4. Дифференциальное исчисление функций одной переменной (18 ч.)

Тема 19. Понятие производной и дифференциала функции в точке. Правила дифференцирования. (2 ч.)

Понятие производной функции. Нахождение производной с помощью определения. Понятие дифференцируемости и дифференциала функции в точке. Правила дифференцирования. Таблица производных. Решение задач на нахождение производных и дифференциалов.

Тема 20. Геометрический и физический смыслы производной и дифференциала. (2 ч.)

Решение задач на применение геометрического и физического смысла производной и дифференциала.

Тема 21. Теорема о производной обратной функции. и ее применение к нахождению производных обратных тригонометрических функций (2 ч.)

Теорема о производной обратной функции и ее применение к нахождению производных обратных тригонометрических функций. Решение задач.

Тема 22. Производная и дифференциал сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. (2 ч.)

Решение задач на нахождение производной и дифференциала сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала.

Тема 23. Производная степенно-показательной функции. Понятие логарифмической производной функции. (2 ч.)

Производная степенно-показательной функции. Понятие логарифмической производной функции. Решение задач.

Тема 24. Дифференцирование неявной и параметрически заданной функции (2 ч.)

Дифференцирование неявных и параметрически заданных функций. Решение задач.

Тема 25. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница (2 ч.)

Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Решение задач

Тема 26. Повторное дифференцирование параметрически заданной функции (2 ч.)

Повторное дифференцирование параметрически заданной функции. Решение задач.

Тема 27. Контрольная работа (2 ч.)

Контрольная работа по теме: "Правила вычисления производных"

Модуль 5. Приложения дифференциального исчисления (16 ч.)

Тема 28. Теорема Ролля, Лагранжа и Коши и их применение (2 ч.)

Основные теоремы дифференциального исчисления: Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши и их применение к решению задач.

Тема 29. Правило Лопиталья, раскрытие неопределенностей. Формула Тейлора (2 ч.)

Вычисление пределов по правилу Лопиталья. Разложение функций по формуле Тейлора

Тема 30. Признак монотонности функций. Исследование функций на монотонность с помощью производной (2 ч.)

Признак монотонности функций. Исследование функций на монотонность с помощью производной. Решение задач.

Тема 31. Максимум и минимум функции. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума в терминах первой производной. (2 ч.)

Исследование функции на экстремум с помощью первой производной.

Тема 32. Исследование функции на экстремум с помощью производной второго порядка и высших производных (2 ч.)

Исследование функции на экстремум с помощью производной второго порядка и высших производных.

Тема 33. Нахождение наименьшего и наибольшего значения функции на отрезке и интервале. Решение текстовых задач (2 ч.)

Нахождение наименьшего и наибольшего значения функции на отрезке и интервале. Решение текстовых задач на наименьшее и наибольшее значения с помощью производной.

Тема 34. Понятие выпуклости вверх (вниз) графика функции. Достаточное условие выпуклости графика функции. Точки перегибы. (2 ч.)

Понятие выпуклости вверх (вниз) графика функции. Достаточное условие выпуклости графика функции. Точки перегиба. Необходимое условие перегиба. Достаточное условие точки перегиба. Решение задач.

Тема 35. Асимптоты графика функции. Полное исследование функции с помощью производной и построение ее графика. (2 ч.)

Асимптоты графика функции. Полное исследование функции с помощью производной и построение ее графика. решение задач

Модуль 6. Экзамен (2 ч.)

Тема 36. Экзамен (2 ч.)

Решение задач, представленных в билетах к экзамену.

Модуль 7. Интегральное исчисление функций одной переменной (10 ч.)

Тема 37. Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла (2 ч.)

Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Основные методы интегрирования: замена переменной и интегрирование по частям. Решение задач.

Тема 38. Интегрирование рациональных функций. Метод неопределенных коэффициентов. (2 ч.)

Подготовлено в системе 1С:Университет (000004372)

Интегрирование рациональных функций. Метод неопределенных коэффициентов.

Тема 39. Интегрирование рациональных тригонометрических выражений. Универсальная тригонометрическая подстановка. (2 ч.)

Интегрирование рациональных тригонометрических выражений. Универсальная тригонометрическая подстановка. Интегрирование простейших иррациональностей.

Тема 40. Определенный интеграл и его свойства. Вычисление определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница (2 ч.)

Определенный интеграл и его свойства. Вычисление определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление несобственных интегралов.

Тема 41. Контрольная работа (2 ч.)

Контрольная работа по теме "Интеграл и его вычисление"

Модуль 8. Теория рядов в действительной области (8 ч.)

Тема 42. Сходимость рядов с неотрицательными членами. Признаки сравнения, Даламбера, Коши, интегральный (2 ч.)

Сходимость рядов с неотрицательными членами. Необходимое условие сходимости ряда. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами: сравнения, Даламбера, Коши, интегральный.

Тема 43. Знакопередающиеся ряды, абсолютная и условная сходимости. Признак Лейбница. (2 ч.)

Знакопередающиеся ряды, абсолютная и условная сходимости. Признак Лейбница. Исследование знакопередающихся рядов на абсолютную и условную сходимость

Тема 44. Степенные ряды, радиус, интервал, область сходимости степенного ряда. (2 ч.)

Степенные ряды, радиус, интервал, область сходимости степенного ряда. Решение задач на нахождение области сходимости степенного ряда.

Тема 45. Контрольная работа (2 ч.)

Контрольная работа по теме "Числовые ряды"

Модуль 9. Функции многих переменных (16 ч.)

Тема 46. Функций многих переменных. Область определения. График функции. (2 ч.)

Функции многих переменных. Область определения. График функции: линии уровня, поверхности уровня. Решение задач.

Тема 47. Предел и непрерывность функции многих переменных. Точки разрыва первого и второго рода. (2 ч.)

Предел и непрерывность функции многих переменных. Точки разрыва первого и второго рода. Исследование функций на непрерывность

Тема 48. Частные производные и полный дифференциал функции многих переменных (2 ч.)

Частные производные и полный дифференциал функций многих переменных. Решение задач.

Тема 49. Повторное дифференцирование функции многих переменных. Производные и дифференциалы высших порядков. (2 ч.)

Повторное дифференцирование функции многих переменных. Производные и дифференциалы высших порядков. Решение задач.

Тема 50. Исследование функций многих переменных на локальный экстремум (2 ч.)

Исследование функций многих переменных на локальный экстремум. Экстремум функции заданной на множестве.

Тема 51. Понятие двойного интеграла и его свойства. Вычисление двойного интеграла. (2 ч.)

Понятие двойного интеграла и его свойства. Вычисление двойного интеграла: случаи прямоугольной и произвольной областей. Сведение двойного интеграла к повторному

Тема 52. Замена переменных в двойном интеграле. Геометрические приложения двойного интеграла. (2 ч.)

Замена переменных в двойном интеграле. Переход к полярным координатам. Геометрические приложения двойного интеграла.

Тема 53. Криволинейные интегралы первого и второго рода. Основные свойства. Вычисление. (2 ч.)

Подготовлено в системе 1С:Университет (000004372)

Криволинейные интегралы первого и второго рода. Основные свойства. Вычисление.

Модуль 10. Элементы комплексного анализа (14 ч.)

Тема 54. Предел и непрерывность функции комплексной переменной (2 ч.)

Предел и непрерывность функции комплексной переменной. Исследование функции комплексной переменной на непрерывность.

Тема 55. Производная функции комплексной переменной. Условия Коши-Римана (2 ч.)

Производная функции комплексной переменной. Условия Коши-Римана. Решение задач на нахождение производной комплексной функции.

Тема 56. Понятие аналитической функции в точке. Свойства аналитических функций (2 ч.)

Понятие аналитической функции в точке. Свойства аналитических функций. Гармонические функции. Связь между гармонической и аналитической функциями.

Тема 57. Интеграл от функции комплексной переменной и его свойства (2 ч.)

Интеграл от функции комплексной переменной и его свойства. Вычисление интегралов.

Тема 58. Элементарные функции комплексной переменной и их свойства (2 ч.)

Основные элементарные функции комплексной переменной и их свойства. Связь гиперболических функций с тригонометрическими. Решение задач.

Тема 59. Представление аналитических функций рядами. Ряды Тейлора (2 ч.)

Решение задач на представление аналитических функций рядами. Ряды Тейлора

Тема 60. Ряд Лорана. Особые точки (2 ч.)

Разложение аналитических функций в ряд Лорана. Особые точки функции.

Модуль 11. Экзамен (2 ч.)

Тема 61. Экзамен (2 ч.)

Решение задач, представленных в билетах к экзамену.

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

6.1 Вопросы и задания для самостоятельной работы

Первый семестр (24 ч.)

Модуль 1. Действительные числа. Теория пределов (12 ч.)

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Выполнение индивидуальных заданий

Вид СРС: Подготовка к тестированию

Выполнение заданий демонстрационного теста по модулю

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Выполнение заданий демонстрационного варианта контрольной работы по модулю.

Вид СРС: Подготовка к коллоквиуму

Модуль 2. Непрерывность функции (12 ч.)

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Выполнение индивидуальных заданий

Вид СРС: Подготовка к тестированию

Выполнение заданий демонстрационного теста по модулю

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Выполнение заданий демонстрационного варианта контрольной работы по модулю.

Второй семестр (86 ч.)

Модуль 4. Дифференциальное исчисление функций одной переменной (44 ч.)

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Выполнение индивидуальных заданий

Вид СРС: Подготовка к тестированию

Выполнение заданий демонстрационного теста по модулю

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Выполнение заданий демонстрационного варианта контрольной работы по модулю.

Модуль 5. Приложения дифференциального исчисления (42 ч.)

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Подготовлено в системе 1С:Университет (000004372)

Выполнение индивидуальных заданий.

Вид СРС: Подготовка к тестированию

Выполнение заданий демонстрационного теста по модулю

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Выполнение заданий демонстрационного варианта контрольной работы по модулю.

Вид СРС: Подготовка к коллоквиуму

Третий семестр (72 ч.)

Модуль 7. Интегральное исчисление функции одной переменной (36 ч.)

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Выполнение индивидуальных заданий

Вид СРС: Подготовка к тестированию

Выполнение заданий демонстрационного теста по модулю

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Выполнение заданий демонстрационного варианта контрольной работы по модулю

Вид СРС: Подготовка к коллоквиуму

Модуль 8. Теория рядов в действительной области (36 ч.)

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Выполнение индивидуальных заданий

Вид СРС: Подготовка к тестированию

Выполнение заданий демонстрационного теста по модулю

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Выполнение заданий демонстрационного варианта контрольной работы по модулю.

7. Тематика курсовых работ(проектов)

Курсовые работы (проекты) по дисциплине не предусмотрены.

8. Оценочные средства для промежуточной аттестации

8.1. Компетенции и этапы формирования

Коды компетенций	Этапы формирования		
	Курс, семестр	Форма контроля	Модули (разделы) дисциплины
ПК-1	1 курс, Первый семестр	Экзамен	Модуль 1: Действительные числа. Теория пределов.
ПК-1 ПК-9	1 курс, Первый семестр	Экзамен	Модуль 2: Непрерывность функции.
ПК-1	1 курс, Первый семестр	Экзамен	Модуль 3: Экзамен
ПК-1	1 курс, Второй семестр	Экзамен	Модуль 4: Дифференциальное исчисление функций одной переменной.
ПК-1 ПК-9	1 курс, Второй семестр	Экзамен	Модуль 5: Приложения дифференциального исчисления.
ПК-1	1 курс, Второй семестр	Экзамен	Модуль 6: Экзамен
ПК-1 ПК-2	2 курс, Третий семестр	Зачет	Модуль 7: Интегральное исчисление функции одной переменной.

ПК-1 ПК-2	2 курс, Третий семестр	Зачет	Модуль 8: Теория рядов в действительной области.
ПК-1	2 курс, Четверт ый семестр	Экзамен	Модуль 9: Функции многих переменных.
ПК-1	2 курс, Четверт ый семестр	Экзамен	Модуль 10: Элементы комплексного анализа.
ПК-1	2 курс, Четверт ый семестр	Экзамен	Модуль 11: Экзамен

Сведения об иных дисциплинах, участвующих в формировании данных компетенций:

Компетенция ПК-1 формируется в процессе изучения дисциплин:

3D моделирование, Алгебра, Аналитические вычисления в системах компьютерной математики, Аналитические методы исследования геометрических объектов, Вводный курс математики, Векторно-координатный метод решения геометрических задач, Визуализация и анимация в 3D редакторах, Внеурочная деятельность учащихся по информатике, Воспитательная работа в обучении математике, Вычислительный эксперимент в свободных средах программирования, Геометрические и физические приложения определенного интеграла, Геометрия, Задачи с параметрами и методы их решения, Защита информации в компьютерных сетях, Игровые технологии в обучении информатике, Имитационное моделирование, Интеграция алгебраического и геометрического методов в обучении математике, Интернет-технологии, Информационная безопасность в образовании, Информационные системы, Исследовательская и проектная деятельность в обучении математике, Исследовательская и проектная деятельность учащихся по информатике, Комбинаторные конструкции и производящие функции, Компьютерная алгебра, Компьютерная графика, Компьютерное моделирование, Компьютерные сети, Креативные технологии в педагогической деятельности учителя, Криптографические основы безопасности, Математические методы обработки экспериментальных данных, Математическое моделирование, Методика обучения информатике, Методика обучения информатике в профильных классах, Методика обучения математике, Методика обучения математике в профильных классах, Методика обучения учащихся нестандартным методам решения математических задач, Методика подготовки к ГИА по математике, Методика подготовки учащихся к ГИА по информатике, Методика решения задач повышенной трудности по информатике, Методы аксиоматического построения алгебраических систем, Методы принятия решений, Методы решения задач ГИА по математике, Методы решения трансцендентных уравнений, неравенств и их систем, Моделирование в системах динамической математики, Нестандартные методы решения математических задач, Общая теория линейных операторов и ее приложение к решению геометрических задач, Оптимизация и продвижение сайтов, Основные направления развития топологии, Основы вожатского дела, Основы психодиагностики личности и группы, Основы психологической безопасности субъектов образования, Особенности подготовки к ЕГЭ по математике на базовом уровне, Педагогический мастер-класс, Подготовка к ОГЭ по математике, Практикум по информационным технологиям, Применение систем динамической математики в образовании, Программирование, Проектирование в системах автоматизированного проектирования, Проектирование информационно-образовательной среды, Проектирование профессиональной карьеры педагогического работника, Профессиональная компетентность

Подготовлено в системе 1С:Университет (000004372)

классного руководителя, Психология развития личности субъектов образования, Разработка интерактивного учебного контента, Разработка приложений в Microsoft Visual Studio, Разработка электронных образовательных ресурсов и методика их оценки, Решение задач по криптографии, Решение олимпиадных задач по информатике, Свободное программное обеспечение в образовании, Свободные инструментальные системы, Системы компьютерной математики, Современные проблемы геометрии, Современные средства оценивания результатов обучения, Современные технологии в обучении математике, Современный урок информатики, Современный урок математики, Специальные методы математического моделирования, Теоретические основы информатики, Теория рядов и ее приложения, Технологии дополненной и виртуальной реальности, Технологии разработки мобильных приложений, Технология обучения математическим доказательствам в школе, Технология обучения математическим понятиям в школе, Технология обучения учащихся решению математических задач, Технология работы с теоремой в обучении математике, Технология разработки и методика проведения элективных курсов по информатике, Технология разработки и методика проведения элективных курсов по математике, Тренинг профессионально-личностного роста, Численные методы, Экстремальные задачи в школьном курсе математики, Элементарная математика, Элементы конструктивной геометрии в школьном курсе математики, Элементы математического анализа в комплексной области, Элементы функционального анализа.

Компетенция ПК-2 формируется в процессе изучения дисциплин:

Алгоритмический подход в обучении математике, Аналитические вычисления в системах компьютерной математики, Аналитические методы исследования геометрических объектов, Визуализация решений математических задач, Деятельностный подход в обучении математике, Имитационное моделирование, Информационные технологии в научных исследованиях, История математики, Компетентностный подход в обучении математике, Компьютерная обработка результатов научного исследования, Методика обучения информатике, Методика обучения математике, Методы принятия решений, Моделирование в системах динамической математики, Общая теория линейных операторов и ее приложение к решению геометрических задач, Основные направления развития топологии, Особенности подготовки к ЕГЭ по математике на базовом уровне, Подготовка к ОГЭ по математике, Подготовка учебных и научных документов в LaTeX, Применение систем динамической математики в образовании, Решение задач повышенного уровня сложности по алгебре, Решение задач повышенного уровня сложности по геометрии, Решение задач повышенного уровня сложности по математическому анализу, Решение задач повышенного уровня сложности по теории вероятностей, Современные проблемы геометрии, Современные средства оценивания результатов обучения, Специальные методы математического моделирования, Технические средства обучения, Экстремальные задачи в школьном курсе математики, Элементы конструктивной геометрии в школьном курсе математики.

Компетенция ПК-9 формируется в процессе изучения дисциплин:

Алгебра, Воспитательная работа в обучении математике, Геометрия, Интеграция алгебраического и геометрического методов в обучении математике, Исследовательская и проектная деятельность в обучении математике, Решение задач повышенного уровня сложности по алгебре, Решение задач повышенного уровня сложности по геометрии, Решение задач повышенного уровня сложности по теории вероятностей, Современный урок математики.

8.2. Показатели и критерии оценивания компетенций, шкалы оценивания

В рамках изучаемой дисциплины студент демонстрирует уровни овладения компетенциями:

Повышенный уровень:

знает и понимает теоретическое содержание дисциплины; творчески использует ресурсы (технологии, средства) для решения профессиональных задач; владеет навыками решения типовых задач математического анализа; умения и навыки демонстрируются в

учебной и практической деятельности; имеет навыки оценивания собственных достижений; умеет определять проблемы и потребности в конкретной области профессиональной деятельности.

Базовый уровень:

знает и понимает теоретическое содержание; в достаточной степени сформированы умения применять на практике и переносить из одной научной области в другую теоретические знания; умения и навыки демонстрируются в учебной и практической деятельности; имеет навыки оценивания собственных достижений; умеет определять проблемы и потребности в конкретной области профессиональной деятельности.

Пороговый уровень:

понимает теоретическое содержание; имеет представление о проблемах, процессах, явлениях; знаком с терминологией, сущностью, характеристиками изучаемых явлений; демонстрирует практические умения применения знаний в конкретных ситуациях профессиональной деятельности.

Уровень ниже порогового:

имеются пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, студент допускает принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий, не способен продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании вуза без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

Уровень сформированности компетенции	Шкала оценивания для промежуточной аттестации		Шкала оценивания по БРС
	Экзамен (дифференцированный зачет)	Зачет	
Повышенный	5 (отлично)	зачтено	90 – 100%
Базовый	4 (хорошо)	зачтено	76 – 89%
Пороговый	3 (удовлетворительно)	зачтено	60 – 75%
Ниже порогового	2 (неудовлетворительно)	незачтено	Ниже 60%

Критерии оценки знаний студентов по дисциплине

Оценка	Показатели
Отлично	Студент знает: основные понятия, определения и теоремы, представленные в курсе математического анализа, демонстрирует умение объяснять решение задач, владеет математической терминологией и символикой, способностью к анализу решений. Ответ логичен и последователен, отличается глубиной и полнотой раскрытия темы, выводы доказательны.
Хорошо	Студент демонстрирует знание и понимание основного содержания дисциплины. Экзаменуемый знает основные математические понятия; владеет математической терминологией и символикой, однако допускается одна-две неточности в ответе. Студент дает логически выстроенный, достаточно полный ответ по вопросу.
Удовлетворительно	Студент имеет представление об основных математических понятиях, демонстрирует некоторые умения решать задачи, дает аргументированные ответы на дополнительные вопросы преподавателя и приводит примеры; слабо владеет навыками решения задач. Допускается несколько ошибок в содержании ответа, при этом ответ отличается недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы.
Неудовлетворительно	Студент демонстрирует незнание основного содержания

	дисциплины, обнаруживая существенные пробелы в знаниях учебного материала, допускает принципиальные ошибки в выполнении предлагаемых заданий; затрудняется делать выводы и отвечать на дополнительные вопросы преподавателя.
Зачтено	Студент владеет основной терминологией и методами изучаемого курса, демонстрирует его взаимосвязь с другими научными областями. Ответ логичен и последователен, отличается глубиной и полнотой раскрытия темы, выводы доказательны.
Незачтено	Студент демонстрирует незнание основного содержания дисциплины, обнаруживая существенные пробелы в знаниях учебного материала, допускает принципиальные ошибки в выполнении предлагаемых заданий.

8.3. Вопросы, задания текущего контроля

Модуль 1: Действительные числа. Теория пределов

ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов

1. В чем сущность метода математической индукции?
2. Из каких этапов состоит доказательство методом математической индукции?
3. Что называется последовательностью? Какими способами можно задать последовательность?
4. Сформулируйте определение предела последовательности, дайте его геометрическую интерпретацию.
5. Какая последовательность называется ограниченной (неограниченной)?
6. Какая последовательность называется сходящейся (расходящейся)? Приведите примеры.
7. Какая последовательность называется возрастающей (убывающей)? Приведите примеры.
8. Сформулируйте определение предела функции: а) на языке последовательностей; б) на языке окрестностей; в) на аналитическом языке.
9. Сформулируйте свойства пределов функций.
10. Какая функция называется бесконечно малой (бесконечно большой)? Приведите примеры.
11. Сформулируйте свойства бесконечно малых функций. Какая связь существует между бесконечно малой и бесконечно большой функциями?
12. Какие функции называются эквивалентными? Приведите примеры эквивалентных функций.

Модуль 2: Непрерывность функции

ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов

1. Сформулируйте определение: а) непрерывности функции в точке; б) непрерывности функции в точке справа (слева).
2. Сформулируйте необходимые и достаточные условия непрерывности функции в точке.
3. Какая точка называется точкой разрыва функции?
4. Проведите классификацию точек разрыва функции.
5. Сформулируйте теорему Вейерштрасса о свойствах непрерывной функции на отрезке.
6. Сформулируйте теорему Больцано-Коши о промежуточных значениях непрерывной функции.

ПК-9 способностью проектировать индивидуальные образовательные маршруты обучающихся

1. Изучается ли непрерывность функции в школьном курсе математики?
2. Какие виды задач на непрерывность решаются в школьном курсе математики на базовом (на профильном) уровне?
3. Как исследовать непрерывность функции в точке, используя её односторонние пределы?
4. Приводится ли в школьном курсе математики классификация точек разрыва?
5. Как формулируется определение непрерывности функции в точке в школьном курсе математики?

Модуль 3: Экзамен

ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов

1. Что называется пределом последовательности? Проиллюстрируйте определение предела геометрически
2. Какие существуют виды неопределенностей и какие используются приемы для их раскрытия?
3. Запишите второй замечательный предел для последовательности. Как он используется при вычислении пределов?
4. Сформулируйте определение предела функции на разных математических языках.
5. Запишите первый замечательный предел и следствия из него. Как они применяются при вычислении пределов?
6. Сформулируйте свойства пределов и проиллюстрируйте их на примерах.
7. Какие функции называются эквивалентными и как они используются при вычислении пределов? Приведите примеры.
8. Приведите таблицу эквивалентных функций.
9. Найдите предел данной функции.

Модуль 4: Дифференциальное исчисление функций одной переменной

ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов

1. Сформулируйте определение производной функции в точке.
2. В чем заключается геометрический смысл производной функции в точке?
3. Что называется касательной к графику функции в точке? Запишите уравнение касательной.
4. В чем заключается механический смысл производной функции в точке?
5. Какая функция называется дифференцируемой в точке?
6. Что называется дифференциалом функции в точке? Как он находится?
7. Сформулируйте правила дифференцирования.
8. Какая связь существует между понятиями дифференцируемости и непрерывности функции в точке?
9. Найдите производную данной функции.
10. Найдите дифференциал данной функции.
11. Какие задачи привели к возникновению производной функции и кто из ученых решал эти задачи?

Модуль 5: Приложения дифференциального исчисления

ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов

1. Сформулируйте правило Лопиталю. В каких случаях оно применимо к вычислению пределов?
2. Запишите формулу Тейлора, в каких случаях она применяется?
3. Исследуйте функцию на монотонность с помощью производной.
4. Сформулируйте определения точки максимума (минимума).
5. Сформулируйте необходимые условия экстремума.
6. Сформулируйте достаточные условия экстремума с помощью первой производной (второй производной и высших производных).

7. Опишите схему исследования функции и построения её графика.
8. Исследуйте данную функцию с помощью производной и постройте её график.

ПК-9 способностью проектировать индивидуальные образовательные маршруты обучающихся

1. Проведите анализ школьного курса алгебры и начал математического анализа (профильный уровень) и установите, какие типы задач на приложения производной представлены в нем.
2. Проведите анализ текстовых задач на наименьшее и наибольшее значения в школьном курсе математики, решите некоторые из них.
3. Распределите по уровням текстовые задачи на наименьшее и наибольшее значения.
4. Проанализируйте в школьном курсе математики задачи, посвященные исследованию функций на монотонность и экстремум, распределите их по уровням.
5. Проанализируйте в школьном курсе математики (профильный уровень) задачи, посвященные исследованию функций на выпуклость, распределите их по уровням.

Модуль 6: Экзамен

ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов

1. Что называется производной функции в точке?
2. Что такое дифференцирование? Продифференцируйте данную функцию.
3. Как найти производную сложной функции? Найдите производную данной сложной функции.
4. Сформулируйте правила вычисления производных. Найдите производную данной элементарной функции.
5. Сформулируйте необходимое условие экстремума, достаточные условия экстремума.
6. Исследуйте функцию на монотонность и экстремум, постройте схематически график.
7. Исследуйте функцию на наименьшее и наибольшее значения в заданном промежутке.
8. Решите текстовую задачу на наименьшее и наибольшее значения. Приведите алгоритм её решения.
9. Какие типы задач на приложения производной представлены в школьном курсе математики.
10. Какая функция называется выпуклой вверх (вниз)? Приведите примеры.
11. Сформулируйте достаточное условие выпуклости функции вверх (вниз)

Модуль 7: Интегральное исчисление функций одной переменной

ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов

1. Что называется первообразной функции $f(x)$?
2. Что называется неопределенным интегралом и в чем состоит его геометрический смысл?
3. Сформулируйте основные свойства неопределенного интеграла.
4. Найдите неопределенный интеграл от данной функции.
5. Запишите формулу интегрирования по частям.
6. Найдите интеграл методом интегрирования по частям.
7. Запишите формулу замены переменной в неопределенном интеграле.
8. Найдите интеграл методом замены переменной.
9. Какие дроби называются элементарными? Как разложить правильную рациональную дробь на сумму элементарных дробей с буквенными коэффициентами.
10. Сформулируйте общую схему интегрирования рациональных функций.
11. Найдите интеграл от рациональной дроби правильной (неправильной).

ПК-2 способностью использовать современные методы и технологии обучения и диагностики

1. Проанализируйте в школьном курсе математики раздел, посвященный интегралу. Какие методики и технологии используются для его изучения?

2. Какие типы задач на первообразную представлены в школьном курсе математики?

3. Как решаются задачи на первообразную в школьном курсе математики?

4. Распределите задачи на первообразную в школьном курсе математики по уровням.

5. Решите задачи повышенного уровня сложности, представленные в школьном курсе математики.

6. Как связаны операции дифференцирования и интегрирования?

Модуль 8: Теория рядов в действительной области

ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов

1. Что называется числовым рядом?

2. Что называется суммой числового ряда?

3. Сформулируйте признаки сходимости рядов с неотрицательными членами.

4. Сформулируйте необходимое условие сходимости ряда.

5. Исследуйте данный ряд на сходимость.

6. Какой ряд называется знакопеременным и как его исследовать на сходимость?

7. Какой ряд называется абсолютно (условно) сходящимся?

8. Сформулируйте признак Лейбница.

9. Какими свойствами обладают абсолютно сходящиеся ряды? Обладают ли этими свойствами условно сходящиеся ряды?

ПК-2 способностью использовать современные методы и технологии обучения и диагностики

1. Используя изучаемый материал, создайте проблемную ситуацию для учащихся.

2. Используя изучаемый материал, организуйте дифференцированную работу учащихся.

3. Как организовать математическую деловую игру на примере изучаемого материала?

4. Как организовать открытие новых знаний на примере изучаемого материала теории рядов?

5. В каких случаях при изучении рядов можно использовать деятельностный метод?

Модуль 9: Функции многих переменных

ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов

1. Объясните понятие функции многих переменных и её области определения.

2. Что называется частной производной функции двух (трех) переменных?

3. Как найти частную производную функции двух (трех) производных?

4. Найдите частные производные функции двух (трех) производных.

5. Что такое частный дифференциал и полный дифференциал функции двух (трех) переменных?

6. Как исследовать функцию двух переменных на экстремум?

7. Исследуйте функцию двух переменных на экстремум.

Модуль 10: Элементы комплексного анализа

ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов

1. Сформулируйте определение предела функции комплексной переменной.

2. Какая функция комплексной переменной называется непрерывной?

3. Что называется производной функции комплексной переменной?

4. Сформулируйте условия Коши-Римана.

5. Какая функция называется аналитической в точке? Какими свойствами она обладает?

6. Как вычислить интеграл от функции комплексной переменной? Какими свойствами он обладает?

7. Опишите элементарные функции комплексной переменной.

Подготовлено в системе 1С:Университет (000004372)

Модуль 11: Экзамен

ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов

1. Как определяется предел и непрерывность функций многих переменных?
2. Сформулируйте теорему об ограниченности функции на компакте.
3. Сформулируйте теорему Коши о промежуточных значениях непрерывной функции и следствие из неё.
4. Сформулируйте определения частных производных функции двух (трех) переменных.
5. Запишите формулу полного дифференциала. Объясните дифференцирование сложной функции двух переменных.
6. Объясните правило нахождения частных производных высших порядков.
7. Сформулируйте теорему о равенстве смешанных производных.
8. Как найти экстремум функции двух переменных?
9. Как найти производную от функции комплексной переменной?
10. Как найти интеграл от функции комплексной переменной?

8.4. Вопросы промежуточной аттестации

Первый семестр (Экзамен, ПК-1, ПК-9)

1. Введите понятие множества. Определите операции над множествами, декартово произведение множеств, конечное и бесконечное множества.
2. Опишите счетные и несчетные множества. Докажите счетность множества рациональных чисел.
3. Опишите счетные и несчетные множества. Докажите существование несчетного множества.
4. Опишите, в чем заключается принцип математической индукции. Приведите примеры доказательств методом математической индукции.
5. Опишите числовые множества: натуральные, целые, действительные числа. Сравните свойства операций над числами.
6. Сформулируйте свойство непрерывности множества действительных чисел. Проиллюстрируйте на примере.
7. Дайте определение ограниченного множества, точных верхней и нижней граней множества. Сформулируйте и докажите принцип Вейерштрасса полноты действительных чисел в терминах точной верхней грани.
8. Дайте определение системы вложенных отрезков. Сформулируйте и докажите принцип полноты Кантора (принцип вложенных отрезков).
9. Дайте определение предельной точки множества. Сформулируйте принцип Больцано-Вейерштрасса.
10. Дайте определение отображения, инъекции, сюръекции, биекции. Приведите примеры.
11. Опишите способы задания и график функции. Сформулируйте определения: монотонной функции, периодической функции, четной и нечетной функции. Приведите примеры.
12. Дайте определение композиции функций. Приведите примеры. Введите понятие обратной функции.
13. Перечислите основные элементарные функции. Дайте определение степенной функции: с натуральным, целым и рациональным показателями, опишите её свойства и график. Приведите примеры.
14. Перечислите основные элементарные функции. Дайте определение показательной функции и опишите её свойства и график.
15. Перечислите основные элементарные функции. Дайте определение логарифмической функции и опишите её свойства и график.
16. Дайте определение тригонометрическим и обратным тригонометрическим

функциям, опишите их свойства и график.

17. Введите понятие предела последовательности. Дайте разные определения предела последовательности. Докажите единственность предела.

18. Введите понятие бесконечно малой последовательности. Опишите и докажите свойства бесконечно малых последовательностей. Приведите примеры.

19. Дайте определение ограниченной и неограниченной последовательности. Приведите примеры. Докажите теорему об ограниченности сходящейся последовательности

20. Опишите и докажите связь бесконечно больших и бесконечно малых последовательностей.

21. Докажите свойства сходящихся последовательностей (ограниченность, сохранение знака).

22. Сформулируйте и докажите арифметические свойства предела последовательности.

23. Докажите теорему о предельном переходе в неравенствах для последовательностей.

24. Докажите теорему о пределе промежуточной последовательности (оценочный признак существования предела последовательности).

25. Дайте определение монотонной последовательности. Докажите теорему Вейерштрасса о пределе монотонной и ограниченной последовательности.

26. Сформулируйте и докажите второй замечательный предел. Покажите способы применения замечательного предела в вычислительных задачах.

27. Опишите точки сгущения последовательности. Дайте определение частичных пределов. Сформулируйте понятие подпоследовательности. Докажите теорему о точке сгущения последовательности.

28. Сформулируйте и докажите теорему Больцано-Вейерштрасса о точке сгущения ограниченной последовательности.

29. Введите понятие последовательности Коши. Сформулируйте и докажите критерий Коши существования предела последовательности.

30. Дайте различные определения предела функции в точке, докажите единственность предела.

31. Опишите функции, бесконечно малые в точке и докажите их свойства.

32. Опишите связь бесконечно больших и бесконечно малых функций в точке.

33. Сформулируйте и докажите оценочный признак существования предела функции.

34. Докажите первый замечательный предел

35. Сформулируйте и докажите арифметические свойства предела функции.

36. Сформулируйте и докажите свойства функций, имеющих предел в точке.

37. Введите понятие односторонних пределов функции и на конкретных примерах покажите их вычисление.

38. Докажите теорему о пределе сложной функций.

39. Сравните асимптотическое поведение функций. Дайте определение функциям, эквивалентным в точке. Докажите теорему о замене эквивалентных функций в произведении.

40. Напишите таблицу функций, эквивалентных в точке. Опишите правила нахождения пределов с использованием функций, эквивалентных в точке.

41. Сформулируйте и докажите лемму Бореля – Лебега о покрытии отрезка интервалами.

42. Дайте определение непрерывности функции в точке. Опишите локальные свойства непрерывных функций.

43. Сформулируйте определение непрерывности функции в точке и на множестве. Приведите примеры непрерывных и разрывных функций. Опишите точки разрыва функции

44. Докажите теорему об ограниченности функции, непрерывной на отрезке.

45. Докажите теорему о нуле непрерывной на отрезке функции.

46. Докажите теорему о промежуточных значениях функции, непрерывной на отрезке.

47. Докажите теорему о достижении функцией, непрерывной на отрезке, своих точных верхней и нижней граней.

48. Дайте определение равномерной непрерывности функции на множестве,

Подготовлено в системе 1С:Университет (000004372)

сформулируйте утверждение о равномерной непрерывности функции, непрерывной на отрезке.

49. Опишите принципы проектирования индивидуальных образовательных маршрутов обучающихся.

50. Опишите методы и технологии, которые используются в современных школьных учебниках алгебры и начал математического анализа при изучении свойств основных элементарных функций, предела и непрерывности функции в точке.

Второй семестр (Экзамен, ПК-1, ПК-9)

1. Сформулируйте определения производной функции в точке и дифференцируемости функции в точке. Сформулируйте и докажите необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции.

2. Опишите геометрический и физический смыслы производной и дифференциала функции в точке. Введите уравнение касательной и опишите ее свойства.

3. Объясните с доказательством как проводить дифференцирование сложной функции.

4. Объясните с доказательством как находить производную обратной функции.

5. Объясните, в чем заключается инвариантность формы первого дифференциала.

Приведите пример.

6. Запишите правила дифференцирования. Доказать. Проиллюстрируйте примерами

7. Запишите таблицу производных и проведите вывод производных элементарных функций.

8. Дайте определение производной высшего порядка. Сформулируйте правило Лейбница и Покажите, как оно применяется.

9. Дайте определение дифференциала высшего порядка. Покажите неинвариантность формы второго дифференциала

10. Покажите, как проводить дифференцирование функции, заданной параметрически.

11. Сформулируйте и докажите необходимое условие локального экстремума (теорему Ферма).

12. Сформулируйте и докажите теорему Ролля о нуле производной.

13. Сформулируйте и докажите теорему Лагранжа о среднем. Покажите геометрический смысл этой теоремы.

14. Сформулируйте и докажите теорему Коши – о среднем.

15. Сформулируйте и докажите правило Лопиталья раскрытия неопределенностей (0/0)

16. Сформулируйте и покажите применение правила Лопиталья раскрытия неопределенностей (∞/∞)

17. Сформулируйте и докажите локальную формула Тейлора. Приведите примеры разложений функции по формуле Тейлора

18. Запишите формулу Маклорена как частный случай формулы Тейлора. Обоснуйте асимптотическое разложение элементарных функций $\sin x$, $\cos x$.

19. Запишите формулу Маклорена как частный случай формулы Тейлора. Обоснуйте асимптотическое разложение показательной функции.

20. Запишите формулу Маклорена как частный случай формулы Тейлора. Обоснуйте асимптотическое разложение $\ln(1+x)$.

21. Запишите формулу Маклорена как частный случай формулы Тейлора. Обоснуйте асимптотическое разложение $(1+x)^\alpha$.

22. Сформулируйте и обоснуйте связь между монотонностью дифференцируемой функции и знаком ее производной. Проиллюстрируйте на конкретных примерах.

23. Введите понятие локального экстремума функции одной действительной переменной. Сформулируйте необходимое условие существования локального экстремума дифференцируемой функции. Сформулируйте и докажите достаточное условие существования локального экстремума.

24. Введите понятие локального экстремума функции одной действительной переменной. Сформулируйте и докажите достаточное условие существования локального

экстремума (по знаку высшей производной).

25. Сравните имеющиеся достаточные условия существования локального экстремума. Оцените преимущество и недостатки их применения. Приведите примеры, иллюстрирующие применимость одного из них и неприменимость другого при исследовании на локальный экстремум.

26. На основе взаимного расположения графика функции и касательной к графику функции введите понятие выпуклости графика функции в точке, на промежутке, точек перегиба. Сформулируйте и обоснуйте достаточные условия выпуклости графика функции и существования точек перегиба по знаку второй производной.

27. Проанализируйте поведение графика функции при неограниченном удалении от начала координат. Сформулируйте понятие асимптоты и обоснуйте правила вычисления асимптот. Приведите примеры, иллюстрирующие полученные формулы.

28. Систематизируйте методы исследования функции с помощью производной и без нее в схеме исследования функции и построения ее графика.

29. Введите понятие предельной точки множества, замкнутого и открытого множеств. Сформулируйте свойства открытых и замкнутых множеств. Проиллюстрируйте примерами

30. Сформулируйте и докажите теорему Больцано-Вейерштрасса в $\mathbb{R}^2$.

31. Дайте определение функции нескольких переменных, объясните, как находить область определения этой функции. Что представляет собой график функции двух переменных. Опишите применение линий уровня.

32. Сформулируйте определение и свойства пределов числовой функции двух переменных. Приведите примеры.

33. Приведите примеры и обоснуйте правила вычисления пределов функции многих переменных. Сформулируйте свойства пределов.

34. Дайте определение повторного предела. Приведите примеры вычисления. Установите связь повторных пределов с пределами по совокупности переменных.

35. Сформулируйте и обоснуйте свойства числовых функций двух переменных, непрерывных в точке.

36. Сформулируйте и обоснуйте свойства функций, непрерывных на компакте в $\mathbb{R}$

37. Сформулируйте определение частной производной функции многих переменных. Приведите примеры вычисления этих производных.

38. Дайте определение дифференцируемости функции в точке. Сформулируйте и докажите необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции многих переменных.

39. Дайте определение частных производных высшего порядка. Сформулируйте теорему о смешанных производных

40. Объясните, как проводить дифференцирование сложной функции нескольких переменных.

41. Сформулируйте и докажите теорему о неявной функции для двух переменных – существование и непрерывность. Обоснуйте правило дифференцирования неявно заданной функции многих переменных.

42. Дайте определение полного дифференциала функции. Докажите инвариантность первого дифференциала.

43. Объясните, как исследовать функции многих переменных на локальный экстремум. Докажите необходимое условие локального экстремума.

44. Объясните, как исследовать квадратичные формы на знакоопределенность. Сформулируйте критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичных форм.

45. Объясните, как исследовать функции многих переменных на локальный экстремум. Сформулируйте достаточное условие локального экстремума. Докажите достаточное условие экстремума для случая двух переменных.

46. Выполните проектирование индивидуального образовательного маршрута для обучающегося с ограниченными возможностями здоровья.

Третий семестр (Зачет, ПК-1, ПК-2)

1. Сформулируйте задачу восстановления функции по ее производной. Объясните понятие первообразной функции. Приведите примеры. Докажите основное свойство первообразных. Сформулируйте правила нахождения первообразных и проиллюстрируйте их на примерах.

2. Введите понятие неопределенного интеграла и объясните его геометрический смысл. Сформулируйте и докажите основные свойства неопределенного интеграла. Опишите таблицу основных неопределенных интегралов.

3. Опишите методы вычисления неопределенного интеграла: непосредственного интегрирования, замены переменной, интегрирования по частям. Приведите примеры.

4. Объясните, в каких случаях применяется метод интегрирования по частям и метод подведения под знак дифференциала. Что означает приведение интеграла к самому себе, в каком методе это применяется?

5. Объясните, что такое рациональная дробь, правильная (неправильная) дробь, элементарная (простейшая) дробь. Опишите схему интегрирования правильных рациональных дробей. Проиллюстрируйте на конкретном примере.

6. Опишите типы элементарных (простейших) рациональных дробей. И сформулируйте правила их интегрирования. Приведите примеры. Опишите общую схему интегрирования рациональных функций.

7. Объясните правила интегрирования рациональных тригонометрических выражений, применение универсальной тригонометрической подстановки и формул тригонометрии. Приведите примеры.

8. Объясните правила вычисления интегралов вида $\int \sin^m x \cos^n x dx$ и $\int \sin \alpha x \cos \beta x dx$. Приведите примеры.

9. Объясните правило интегрирования дробно-линейных иррациональностей вида

$R\left(x, \sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+d}}\right)$. Приведите пример.

10. Объясните правило интегрирования дифференциального бинома. Опишите интегралы, не выражающиеся через элементарные функции.

11. Сформулируйте задачи, приводящие к понятию определенного интеграла, и объясните метод их решения. Введите понятия интегральной суммы Римана и её предела.

12. Введите понятие определенного интеграла, сформулируйте необходимое условие интегрируемости по Риману и докажите его.

13. Сформулируйте свойства определенного интеграла, выражаемые равенствами, докажите одно из них.

14. Объясните свойство аддитивности определенного интеграла. В чем особенности вычисления определенного интеграла четной и нечетной функций по симметричному промежутку? Ответ проиллюстрируйте геометрически.

15. Сформулируйте свойства определенного интеграла, выражаемые неравенствами, и докажите одно из них.

16. Сформулируйте и докажите теорему о среднем значении для интеграла Римана, приведите её геометрическую интерпретацию.

17. Выведите формулу для нахождения площади криволинейной трапеции. Приведите примеры её применения.

18. Опишите понятия верхней и нижней сумм Дарбу. Сформулируйте их свойства. Приведите геометрическую интерпретацию.

19. Введите понятия верхнего и нижнего интегралов Дарбу. Сформулируйте критерий интегрируемости Дарбу. Приведите геометрическую интерпретацию.

20. Сформулируйте и докажите критерий интегрируемости по Риману и следствие из него.

21. Сформулируйте и докажите интегрируемость по Риману функции, непрерывной на отрезке.

22. Сформулируйте и докажите интегрируемость по Риману функции, монотонной на отрезке.

23. Введите понятие определенного интеграла с переменным верхним пределом. Сформулируйте теорему о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом и докажите её.

24. Докажите теорему о дифференцируемости интеграла с переменным верхним пределом. Сформулируйте теорему о существовании первообразной функции для непрерывной функции.

25. Сформулируйте и докажите основную теорему интегрального исчисления. Приведите примеры использования формулы Ньютона-Лейбница при вычислении определенного интеграла.

26. Сформулируйте теорему о замене переменной в определенном интеграле. Укажите особенность применения метода замены переменной в определенном интеграле.

27. Сформулируйте и докажите теорему о вычислении определенного интеграла методом интегрирования по частям. Приведите пример.

28. Обобщите интеграл Римана на случай неограниченного промежутка. Введите понятие несобственного интеграла *первого рода*. Объясните способ его вычисления и обобщенную формулу Ньютона-Лейбница. Приведите примеры сходящегося и расходящегося интегралов.

29. Сформулируйте признаки сравнения и следствия из них для несобственных интегралов с бесконечными пределами от неотрицательных функций. Проанализируйте и сравните сходимость интеграла от функции $\frac{1}{x^\alpha}$ на луче $[1, +\infty)$ в зависимости от значений параметра α .

30. Обобщите интеграл Римана на случай функции, неограниченной на отрезке. Введите понятие несобственного интеграла *второго рода*. Приведите примеры сходящегося и расходящегося интегралов.

31. Сформулируйте определение несобственного интеграла от неограниченной функции (*второго рода*). Объясните его геометрический смысл и правила вычисления. Опишите свойства этого интеграла.

32. Сформулируйте признаки сравнения и следствия из них для несобственных интегралов от неотрицательных и неограниченных функций.

33. Опишите способы вычисления площади фигуры с помощью определенного интеграла. Приведите примеры.

34. Опишите способы вычисления объема тела вращения с помощью определенного интеграла. Приведите примеры.

35. Введите понятие числового ряда и его суммы, сходящегося и расходящегося ряда. Приведите примеры из школьного курса алгебры, иллюстрирующие это понятие.

36. Докажите простейшие свойства сходящихся рядов: умножения на константу и суммы сходящихся рядов.

37. Введите понятие n -го остатка ряда. Сравните сходимость ряда и его любого остатка. Объясните, как изменится сходимость ряда, если в нем отбросить конечное число членов.

38. Докажите необходимое условие сходимости ряда. На примере гармонического ряда покажите, что оно не является достаточным. Сформулируйте достаточное условие расходимости числового ряда.

39. Объясните, как исследовать сходимость рядов с неотрицательными членами. Сформулируйте и докажите признак сравнения для рядов с неотрицательными членами в предельной форме. Приведите примеры.

40. Сформулируйте и докажите признак Даламбера сходимости рядов с неотрицательными членами. Проиллюстрируйте примерами.

41. Сформулируйте и докажите радикальный признак Коши сходимости рядов с неотрицательными членами. Проиллюстрируйте примерами.

42. Сформулируйте и докажите интегральный признак сходимости рядов с неотрицательными членами. Проиллюстрируйте примерами.

43. Введите понятие знакочередующегося ряда. Сформулируйте признак Лейбница. Покажите применение этого признака к приближенным вычислениям.
44. Введите понятие абсолютно сходящегося ряда и сформулируйте его свойства. Проиллюстрируйте примерами.
45. Введите понятие условно сходящегося ряда. Сформулируйте теорему Римана о перестановке членов условно сходящегося ряда. Проиллюстрируйте примерами.
46. Введите понятие функционального ряда. Объясните, как определять область сходимости функционального ряда.
47. Сформулируйте определение равномерной сходимости функционального ряда на множестве и приведите примеры равномерно и неравномерно сходящихся функциональных рядов.
48. Сформулируйте и докажите признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.
49. Сформулируйте свойства равномерно сходящихся функциональных рядов непрерывных функций. Сформулируйте достаточное условие неравномерной сходимости
50. Сформулируйте теорема о почленном интегрировании функционального ряда. Приведите примеры применения этой теоремы.
51. Сформулируйте теорему о почленном дифференцировании функционального ряда. Приведите примеры применения этой теоремы.
52. Сформулируйте критерий Коши равномерной сходимости функционального ряда.
53. Введите понятие степенного ряда над полем действительных чисел. Сформулируйте и докажите теорему Абеля.
54. Обоснуйте правила вычисления радиуса сходимости степенного ряда. Приведите различные формулы для вычисления радиуса сходимости и примеры применения этих формул.
55. Сформулируйте и докажите теорему о почленном интегрировании и дифференцировании степенного ряда. Приведите примеры использования этой теоремы.
56. Объясните, как записывается ряд Тейлора функции. Докажите достаточное условие сходимости ряда Тейлора.
57. Обоснуйте разложение в ряд функций e^x , $\cos(x)$, $\sin(x)$ и проиллюстрируйте применение этих разложений на примерах.
58. Обоснуйте разложение в ряд функции $\ln(1+x)$ и проиллюстрируйте применение этого разложения.
59. Обоснуйте разложение в ряд функции $(1+x)^a$ и проиллюстрируйте применение этого разложения на примере.
60. Опишите современные методы диагностики, применяемые в профильной школе. Приведите примеры.

Четвертый семестр (Экзамен, ПК-1)

1. Числовое пространство R^n . Расстояние между точками в пространстве R^n . Окрестности точек. Внутренние, внешние и граничные точки множества. Ограниченные множества. Компактные множества. Связные множества.
2. Определение предела последовательности в пространстве R^n . Сходящиеся и расходящиеся последовательности. Связь предела последовательности в R^n с пределами её координатных последовательностей. Свойства предела последовательности в R^n .
3. Ограниченность сходящейся последовательности в R^n . Теорема Больцано-Вейерштрасса в R^n .
4. Понятие функции многих переменных. График функции. Множество уровня функции. Предел числовой функции многих переменных. Свойства пределов. Повторные пределы.
5. Непрерывность функции многих переменных. Теорема о пределе и непрерывности композиции функций. Непрерывность элементарных функций.

6. Теорема об ограниченности непрерывной функции на компакте.
7. Теорема Коши о промежуточных значениях непрерывной функции.
8. Равномерная непрерывность функций многих переменных и ее свойства. Примеры. Теорема о равномерной непрерывности функции, непрерывной на компактном множестве.
9. Определение частных производных функции многих переменных и их геометрический смысл. Примеры. Частные дифференциалы. Существование частных производных и непрерывность функции в точке.
10. Определение дифференцируемости функции многих переменных. Полный дифференциал функции в точке и его геометрический смысл. Теорема о непрерывности дифференцируемой функции.
11. Теорема о существовании частных производных у дифференцируемой функции. Достаточные условия дифференцируемости функции двух переменных в точке.
12. Дифференцирование сложной функции.
13. Инвариантность формы первого дифференциала относительно выбора переменных. Правила вычисления дифференциалов.
14. Частные производные высших порядков и условия их независимости от порядка дифференцирования. Дифференциалы высших порядков.
15. Формула Тейлора для функции многих переменных. Остаточный член формулы Тейлора в форме Лагранжа и в форме Пеано.
16. Экстремумы функции многих переменных. Необходимые условия экстремума.
17. Достаточные условия экстремума функции многих переменных. Критерий Сильвестра. Достаточные условия экстремума функции двух переменных.
18. Нахождение наибольших и наименьших значений функции многих переменных.
19. Неявно заданные функции и их дифференцирование.
20. Интеграл функции двух переменных и его свойства.
21. Необходимое условие существования двойного интеграла. Интегрируемость непрерывной функции. Критерий интегрируемости функции двух переменных.
22. Геометрический смысл двойного интеграла: задача об объеме цилиндрического бруса. Вычисление двойного интеграла: сведением к повторному.
23. Преобразование плоских областей при регулярном отображении. Якобиан регулярного отображения как коэффициент искажения площади. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах.
24. Приложения двойного интеграла к вычислению площади фигуры и объема тела.
25. Приложения двойного интеграла к нахождению площади поверхности.
26. Тройной интеграл и его основные свойства.
27. Сведение тройного интеграла к повторному. Замена переменных в тройном интеграле. Переход к цилиндрическим и сферическим координатам в тройном интеграле.
28. Криволинейные интегралы 1-го рода, их геометрический смысл, основные свойства, вычисление. Примеры.
29. Криволинейные интегралы 2-го рода, основные свойства и вычисление.
30. Формула Грина-Остроградского. Независимость криволинейного интеграла от пути интегрирования. Восстановление функции двух переменных по её полному дифференциалу.
31. Поле $\mathbb{C}$ комплексных чисел (определение, свойства, геометрическая интерпретация, операции над комплексными числами).
32. Расширенная комплексная плоскость. Стереографическая проекция; её основные свойства.

33. Предел последовательности комплексных чисел. Бесконечно малая и бесконечно большая последовательности комплексных чисел, их свойства. Теорема о пределе последовательности комплексных чисел.

34. Функции одной комплексной переменной. Примеры. Предел и непрерывность функции комплексной переменной. Теорема о пределах действительной и мнимой частей функции.

35. Простейшие элементарные функции комплексной переменной. Экспонента в комплексной области и её свойства.

36. Тригонометрические и гиперболические функции с комплексным аргументом.

37. Степенные ряды в комплексной области. Теорема Абеля. Круг сходимости.

38. Дифференцируемость и производная функции комплексной переменной. Условия Коши - Римана.

39. Гармонические функции; их связь с аналитическими функциями. Свойства аналитической функции и гармонических функций.

40. Обратные функции. Теорема о производной обратной функции. Элементарные обратные функции: корень n -й степени.

41. Элементарные обратные функции: натуральный логарифм. Свойства логарифма.

42. Обратные тригонометрические функции комплексного аргумента. Обратные гиперболические функции.

43. Степень с комплексным показателем. Степенная и общая показательная функции.

44. Интеграл от функции комплексной переменной, его основные свойства.

45. Теоремы о связи интеграла от функции комплексной переменной с криволинейным интегралом 2-го рода и с определенным интегралом.

46. Замена переменной в комплексном интеграле.

47. Теорема Коши для односвязной области и следствие из неё. Теорема Коши для составного контура (многосвязной области).

48. Первообразная и неопределенный интеграл от функции комплексной переменной. Свойства неопределенного интеграла. Интегральная формула Коши.

49. Ряды в комплексной области. Числовые ряды.

50. Степенные ряды в комплексной области. Теорема Абеля. Круг сходимости.

51. Опишите современные методы и технологии обучения математике в профильной школе.

52. Опишите современные методы диагностики, применяемые в профильной школе.

53. Опишите типы задач по алгебре и началам математического анализа, представленные (в последние годы) в материалах ЕГЭ на базовом и профильном уровнях.

54. Опишите типичные ошибки, допускаемые выпускниками при выполнении заданий ЕГЭ по алгебре и началам математического анализа в последние два года.

8.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Промежуточная аттестация проводится в форме экзаменов и зачета.

Экзамен по дисциплине или ее части имеет цель оценить сформированность общекультурных, профессиональных и специальных компетенций, теоретическую подготовку студента, его способность к творческому мышлению, приобретенные им навыки самостоятельной работы, умение синтезировать полученные знания и применять их при решении практических задач.

Зачет служит формой проверки усвоения учебного материала практических и семинарских занятий, готовности к практической деятельности, успешного выполнения студентами лабораторных и курсовых работ, производственной и учебной практик и выполнения в процессе этих практик всех учебных поручений в соответствии с утвержденной программой. При балльно-рейтинговом контроле знаний итоговая оценка выставляется с учетом набранной суммы баллов.

Собеседование (устный ответ) на зачете

Для оценки сформированности компетенции посредством собеседования (устного ответа) студенту предварительно предлагается перечень вопросов или комплексных заданий, предполагающих умение ориентироваться в проблеме, знание теоретического материала, умения применять его в практической профессиональной деятельности, владение навыками и приемами выполнения практических заданий.

При оценке достижений студентов необходимо обращать особое внимание на:

- усвоение программного материала;
- умение излагать программный материал научным языком;
- умение связывать теорию с практикой;
- умение отвечать на видоизмененное задание;
- владение навыками поиска, систематизации необходимых источников литературы по изучаемой проблеме;
- умение обосновывать принятые решения;
- владение навыками и приемами выполнения практических заданий;
- умение подкреплять ответ иллюстративным материалом.

Устный ответ на экзамене

При определении уровня достижений студентов на экзамене необходимо обращать особое внимание на следующее:

- дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос;
- показана совокупность осознанных знаний об объекте, проявляющаяся в свободном оперировании понятиями, умении выделить существенные и несущественные его признаки, причинно-следственные связи;
- знание об объекте демонстрируется на фоне понимания его в системе данной науки и междисциплинарных связей;
- ответ формулируется в терминах науки, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию студента;
- теоретические постулаты подтверждаются примерами из практики.

Тесты

При определении уровня достижений студентов с помощью тестового контроля необходимо обращать особое внимание на следующее:

- оценивается полностью правильный ответ;
- преподавателем должна быть определена максимальная оценка за тест, включающий определенное количество вопросов;
- преподавателем может быть определена максимальная оценка за один вопрос теста;
- по вопросам, предусматривающим множественный выбор правильных ответов, оценка определяется исходя из максимальной оценки за один вопрос теста.

Письменная контрольная работа

Виды контрольных работ: аудиторные, домашние, текущие, экзаменационные, письменные, графические, практические, фронтальные, индивидуальные.

Система заданий письменных контрольных работ должна:

- выявлять знания студентов по определенной дисциплине (разделу дисциплины);
- выявлять понимание сущности изучаемых предметов и явлений, их закономерностей;
- выявлять умение самостоятельно делать выводы и обобщения;
- творчески использовать знания и навыки. Требования к контрольной работе по тематическому содержанию соответствуют устному ответу. Также контрольные работы могут включать перечень практических заданий.

9. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная литература

1. Асланов, Р. М. Математический анализ: краткий курс [Электронный ресурс] : учебное пособие для студентов высших учебных заведений / Р. М. Асланов, О. В. Ли, Т. Р. Мурадов. –

М. : Прометей, 2014. – 284 с. – Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=426687&sr=1

2. Капкаева, Л. С. Математический анализ: Теория пределов. Дифференциальное исчисление : учеб. пособие для студентов бакалавриата вузов по направлению «Пед. образование» (профиль «Математика») / Л. С. Капкаева ; Мордов. гос. пед. ин-т. – Саранск, 2013. – 243 с.

3. Математический анализ : учеб. пособие для бакалавров / под общ. ред. А. М. Кытманова. – М. : Юрайт, 2014. – 607 с.

4. Тер-Крикоров, А. М. Курс математического анализа : учеб. пособие для вузов / А. М. Тер-Крикоров, М. И. Шабунин. – 5-е изд. – М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. – 672 с.

Дополнительная литература

1. Долгополова, А. Ф. Руководство к решению задач по математическому анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие / А. Ф. Долгополова, Т. А. Колодяжная. - Ставрополь : Ставропольский государственный аграрный университет, 2012. - 168 с. - Режим доступа: <http://www.biblioclub.ru>

2. Гурьянова, К. Н. Математический анализ [Электронный ресурс] : учебное пособие / К. Н. Гурьянова, У. А. Алексеева, В. В. Бояршинов. - Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014. - 332 с. - Режим доступа: <http://www.biblioclub.ru>

10. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. <http://school-collection.edu.ru> - Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов
2. http://www.matburo.ru/st_subject.php?p=ma - Математический анализ: учебники, лекции, сайты, примеры. В данном разделе предлагаются ссылки на лучшие материалы по математическому анализу.

11. Методические указания обучающимся по освоению дисциплины (модуля)

При освоении материала дисциплины необходимо:

- спланировать и распределить время, необходимое для изучения дисциплины;
- конкретизировать для себя план изучения материала;
- ознакомиться с объемом и характером внеаудиторной самостоятельной работы для полноценного освоения каждой из тем дисциплины.

Сценарий изучения курса:

- проработайте каждую тему по предлагаемому ниже алгоритму действий;
- регулярно выполняйте задания для самостоятельной работы, своевременно отчитывайтесь преподавателю об их выполнении;
- изучив весь материал, проверьте свой уровень усвоения содержания дисциплины и готовность к сдаче зачета/экзамена, выполнив задания и ответив самостоятельно на примерные вопросы для промежуточной аттестации.

Алгоритм работы над каждой темой:

- изучите содержание темы вначале по лекционному материалу, а затем по другим источникам;
- прочитайте дополнительную литературу из списка, предложенного преподавателем;
- выпишите в тетрадь основные понятия и категории по теме, используя лекционный материал или словари, что поможет быстро повторить материал при подготовке к промежуточной аттестации;
- составьте краткий план ответа по каждому вопросу, выносимому на обсуждение на аудиторном занятии;
- повторите определения терминов, относящихся к теме;
- продумайте примеры и иллюстрации к обсуждению вопросов по изучаемой теме;
- подберите цитаты ученых, общественных деятелей, публицистов, уместные с точки зрения обсуждаемой проблемы;
- продумывайте высказывания по темам, предложенным к аудиторным занятиям.

Подготовлено в системе 1С:Университет (000004372)

Рекомендации по работе с литературой:

- ознакомьтесь с аннотациями к рекомендованной литературе и определите основной метод изложения материала того или иного источника;
- составьте собственные аннотации к другим источникам, что поможет при подготовке рефератов, текстов речей, при подготовке к промежуточной аттестации;
- выберите те источники, которые наиболее подходят для изучения конкретной темы;
- проработайте содержание источника, сформулируйте собственную точку зрения на проблему с опорой на полученную информацию.

12. Перечень информационных технологий

Реализация учебной программы обеспечивается доступом каждого студента к информационным ресурсам – электронной библиотеке и сетевым ресурсам Интернет. Для использования ИКТ в учебном процессе используется программное обеспечение, позволяющее осуществлять поиск, хранение, систематизацию, анализ и презентацию информации, экспорт информации на цифровые носители, организацию взаимодействия в реальной и виртуальной образовательной среде.

Индивидуальные результаты освоения дисциплины студентами фиксируются в электронной информационно-образовательной среде университета.

12.1 Перечень программного обеспечения

1. Microsoft Windows 7 Pro
2. Microsoft Office Professional Plus 2010
3. 1С: Университет ПРОФ

12.2 Перечень информационно-справочных систем

1. Информационно-правовая система «ГАРАНТ» (<http://www.garant.ru>)
2. справочная правовая система «Консультант Плюс» (<http://www.consultant.ru>)

12.2 Перечень современных профессиональных баз данных

1. Профессиональная база данных «Открытые данные Министерства образования и науки РФ» (<http://xn----8sblcdzzacvuc0jbg.xn--80abucjiibhv9a.xn--p1ai/opendata/>)
2. Электронная библиотечная система Znanium.com (<http://znanium.com/>)
3. Единое окно доступа к образовательным ресурсам (<http://window.edu.ru>)

13. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Для проведения аудиторных занятий необходим стандартный набор специализированной учебной мебели и учебного оборудования, а также мультимедийное оборудование для демонстрации презентаций на лекциях. Для проведения практических занятий, а также организации самостоятельной работы студентов необходим компьютерный класс с рабочими местами, обеспечивающими выход в Интернет.

Индивидуальные результаты освоения дисциплины фиксируются в электронной информационно-образовательной среде университета.

Реализация учебной программы обеспечивается доступом каждого студента к информационным ресурсам – электронной библиотеке и сетевым ресурсам Интернет. Для использования ИКТ в учебном процессе необходимо наличие программного обеспечения, позволяющего осуществлять поиск информации в сети Интернет, систематизацию, анализ и презентацию информации, экспорт информации на цифровые носители.

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, № 320.

Помещение укомплектовано специализированной мебелью и техническими средствами обучения.

Основное оборудование:

Наборы демонстрационного оборудования: автоматизированное рабочее место в Подготовлено в системе 1С:Университет (000004372)

составе (учебный мультимедийный комплекс трибуна, гарнитура, проектор, интерактивная доска), магнитно-маркерная доска.

Учебно-наглядные пособия:

Презентации.

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Школьный кабинет математики, № 108.

Помещение укомплектовано специализированной мебелью и техническими средствами обучения.

Основное оборудование:

Наборы демонстрационного оборудования: автоматизированное рабочее место в составе (системный блок, монитор, клавиатура, мышь, гарнитура, проектор, интерактивная доска), магнитно-маркерная доска.

Учебно-наглядные пособия:

Презентации.

Помещение для самостоятельной работы, № 226

Помещение укомплектовано специализированной мебелью и техническими средствами обучения.

Основное оборудование:

Компьютерная техника с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета (персональный компьютер 10 шт.).

Учебно-наглядные пособия:

Презентации.